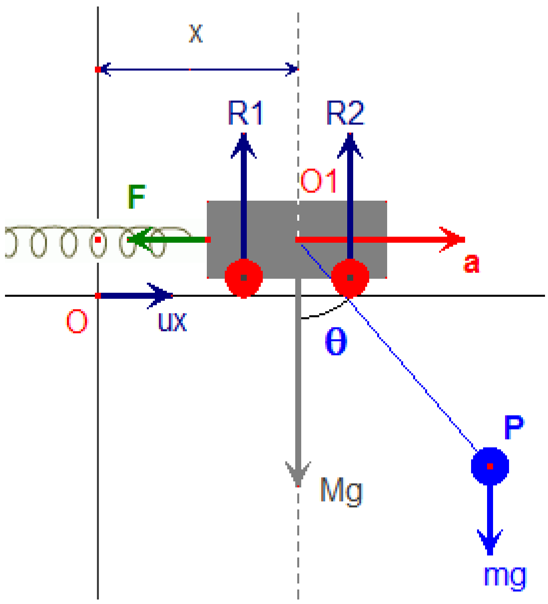
SYSTEME CHARIOT-PENDULE

Etude en l'absence de frottement

1. Système : chariot + pendule + ressort, dans un référentiel fixe.



Bilan des forces *extérieures* appliquées au système :

- Le poids du chariot ($\overrightarrow{Mg}$) et celui du pendule ($\overrightarrow{mg}$)
- Les réactions du sol $\overrightarrow{R_1}$ et $\overrightarrow{R_2}$
- La tension du ressort $\vec{F} = -kx\overrightarrow{u_x}$

NB. La tension du fil du pendule correspond à des forces *intérieures* au système, et ne doit pas être prise en compte.

Par application du **Théorème de la Résultante Cinétique**, on obtient :

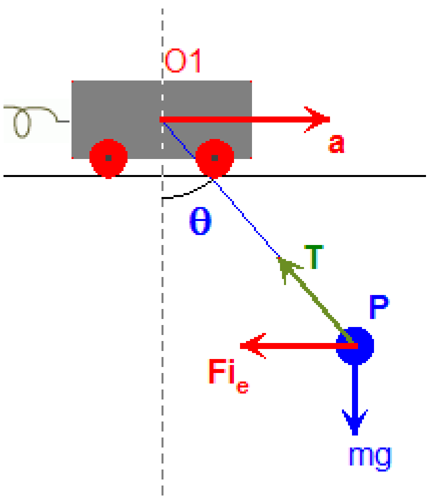
$$M\overrightarrow{a_{chariot}} + m\overrightarrow{a_{pendule}} = M\vec{g} + m\vec{g} + \vec{F} + \overrightarrow{R_1} + \overrightarrow{R_2}$$

En projetant sur Ox cela donne :

$M\ddot{x} + m(\ddot{x} - l\dot{\theta}^2 \sin\theta + l\ddot{\theta}\cos\theta) = -kx$, et en simplifiant :

$$\ddot{x} = \frac{ml\left(\dot{\theta}^2 \sin\theta - \ddot{\theta}\cos\theta\right) - kx}{M + m}$$

2. Système : pendule seul, dans le référentiel du chariot, non-galiléen, car possédant l'accélération $\vec{a}$ par rapport au référentiel fixe.



Bilan des forces :

- Le poids du pendule : $\overrightarrow{mg}$
- La tension du fil : $\vec{T}$
- La force d'inertie d'entraînement $\overrightarrow{F_{ie}} = -m\vec{a}$ dûe au caractère non-galiléen du référentiel

Par application du **Théorème du Moment Cinétique** par rapport au point O_1 de fixation du fil, on obtient :

$$\frac{\overrightarrow{d\sigma}}{dt} = \overrightarrow{O_1P} \wedge m\vec{g} + \overrightarrow{O_1P} \wedge \overrightarrow{F_{ie}}$$

Soit, en projetant sur un axe perpendiculaire à la figure :

$ml^2\ddot{\theta} = -mgl\sin\theta - m\ddot{x}l\cos\theta$, et, en simplifiant :

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l}\sin\theta - \frac{\ddot{x}}{l}\cos\theta$$

Ces deux équations couplées n'ont pas de solution analytique mais peuvent être intégrées numériquement.