FACULTÉ DES SCIENCES
ET DES TECHNIQUES
DE NANTES

MAITRISE SCIENCES
PHYSIQUES
Module M1 de Physique

Puissance en alternatif

1 Nous utilisons le même circuit R, L, C qu'en TP avec L=67 mH C=1 µF r=27 Ω, Rext=50 Ω soit R= Rext +r = 77 Ω. Le circuit est alimenté par un générateur de fonctions.

Un montage suiveur est intercalé entre circuit le générateur de fonction qui délivre une tension sinusoïdale u(t). On prendra comme référence la phase du courant: i(t)=ia cos(ωt)

Note comme on utilise Régressi, on appelle ia l'amplitude du courant au lieu de im qui signifie pour Régressi partie imaginaire de…

1.1 Déterminer l'impédance complexe $\underline{Z}$, son module Z et l'argument φ.

1.2 Déterminer la fréquence de résonance du circuit F_0 et la pulsation ω_0 correspondante

1.3 Exprimer la tension u(t) (ua= 1 V) en déduire ia. Définir la puissance instantanée p(t) puis la puissance moyenne P qui est aussi appelée Puissance active

1.4 Pour $\omega=\omega_0$, représenter graphiquement avec Régressi les fonctions i(t), u(t) Pi(t) et P

1.5 On fera varier ensuite le paramètre ω avec l'outil animation pour observer les variations correspondantes des quatre courbes que l'on commentera

1.6 Définir la puissance complexe $\underline{P}$ de sorte que sa partie Réelle soit justement la puissance moyenne P. On notera Q le coefficient de la partie imaginaire de la puissance complexe qui sera dite puissance réactive. On ajoutera Q à la représentation graphique 1.4 On Commentera également les variations de Q en fonction de ω

1.7 Définir les valeurs efficaces I et U du courant et de la tension

1.8 En prenant ω au lieu de t comme variable de contrôle , représenter avec Régressi les courbes I (ω) et φ (ω) puis P(ω) et Q(ω) que vous commenterez. On s'intéressera à la bande passante.

2 **Relèvement d'un facteur de Puissance**

Un moteur de puissance P= 10 kW est alimenté sous une tension de 220 Volts efficaces et de fréquence 50 Hz Il peut être représenté par une impédance à caractère inductif: $\underline{Z}(\omega)=R(\omega) + j\,X(\omega)$. Le facteur de puissance est cos φ= 0.7. La mise en parallèle su le moteur d'une capacité permet de ramener le cos φ de l'ensemble à 1

2.1 Calculer les intensités efficaces I et I' traversant le circuit d'alimentation avant et après le relèvement du facteur de puissance du moteur

2.2 Déterminer les conséquences du relèvement du cos φ sur les pertes en ligne par effet Joule

2.3 Calculer en fonction de R(ω), X(ω) et de ω la capacité C qu'il faut placer en parallèle sur le moteur pour que son facteur de puissance devienne égal à 1

2.4 Calculer la valeur de cette capacité en fonction de P de U (efficace) de φ. E de ω

2.5 On démontrera que la puissance complexe de l'association de n dipôles en série est la somme de puissances complexes de chacun des dipôles. Démontrer qu'il en est de même si les dipôles sont en parallèle.

2.6 Utiliser ce résultat (théorème de Boucherot) pour calculer la capacité C du 2.4

SOLUTION

1 Circuit R, L, C avec L=67 mH C=1 µF r=27 Ω, Rext=50 Ω soit R= Rext +r = 77 Ω.
courant: i(t)=ia cos(ωt)

1.1 L'impédance complexe du circuit s'écrit:

$$\underline{Z} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right) = |Z|e^{j\varphi} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}(\cos\varphi + j\sin\varphi) = |Z|\left(\frac{R}{|Z|} + j\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{|Z|}\right)$$

$$\varphi = \mathrm{Arg}(\underline{Z}) = A\tan\left(\frac{L\omega - 1/C\omega}{R}\right)$$

1.2 La pulsation et la fréquence de résonance sont

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad F_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

Applications numériques Régressi

'Pb Puissance en alternatif Solution avec Régressi
r=27_Ω => r=27 Ω
L=67E-3_H => L=67 mH
C=1E-6_F => C=1 µF
'Créer le paramètre expérimental Rext =50 Ω avec Y+
R=Rext+r_Ω
'Créer le paramètre ω =3800 rad/s
X=L*ω-1/(C*ω)
ϕ=arg(R+j*X)
ω0=1/sqrt(L*C)_rad/s => ω0=3.863 10^3 rad/s
F0=ω0/(2*π)_Hz => F0=614.9 Hz

1.3 Exprimons la tension

$$u(t) = ua\cos(\omega t + \varphi) \quad \text{et} \quad i(t) = ia\cos(\omega t) \quad \text{avec} \quad ia = \frac{ua}{|Z|}$$

$$p(t) = u(t)\times i(t) = ua\times ia\cos(\omega t + \varphi)\times\cos(\omega t)$$

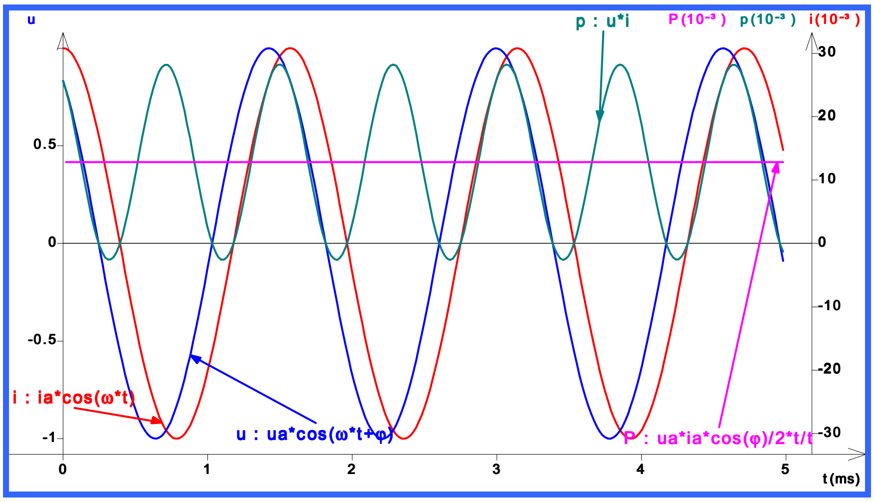
$$p(t) = \frac{ua\times ia}{2}[\cos\varphi + \cos(2\omega t + \varphi)] \quad \text{rappel} \quad \cos a\times\cos b = \frac{1}{2}[\cos(a+b) + \cos(a-b)]$$

La puissance moyenne s'écrit:

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = \frac{ua\times ia}{2}\cos\varphi$$

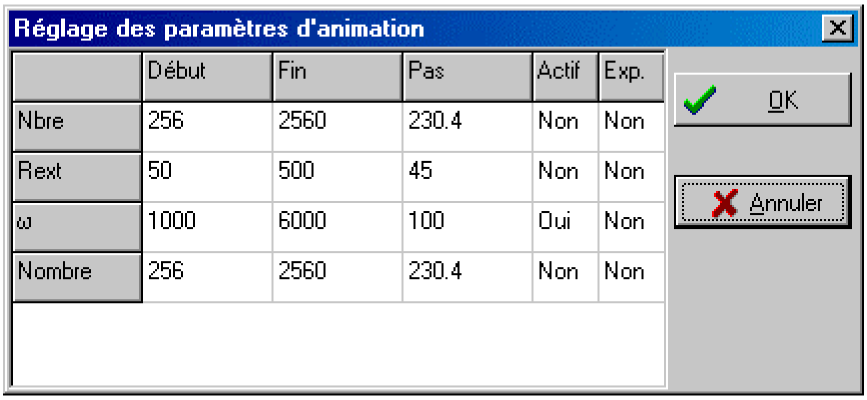
1.4 Représentation avec Régressi

Dans la page expression précédente ajoutons:
ua=1+0*t_V
‘avec cette astuce ua devient pour régressi
‘ une constante fonction du temps
u=ua*cos(ω*t+ϕ)
ia=ua/abs(R+j*X)
i=ia*cos(ω*t)
p=u*i
P=ua*ia*cos(ϕ)/2
Q=ua*ia*sin(ϕ)/2

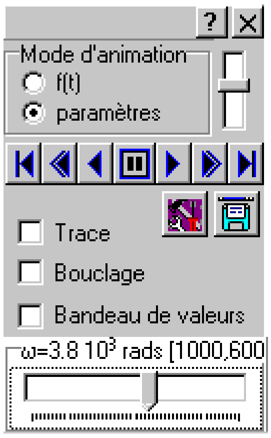


1.5 Utilisation de l'outil animation

Cliquez sur le bouton . Dans la fenêtre réglage des paramètres d'animation ; seul le paramètre pulsation ω reste actif et varie de 1000 à 6000 par pas de 100 Ok
Pour visualiser l'animation utilisez les boutons « magnetoscope » ou le curseur ω



	Début	Fin	Pas	Actif	Exp.
Nbre	256	2560	230.4	Non	Non
Rext	50	500	45	Non	Non
ω	1000	6000	100	Oui	Non
Nombre	256	2560	230.4	Non	Non



1.6 En notation complexe $\underline{i} = iae^{j\omega t}$ et $\underline{u} = uae^{j(\omega t+\varphi)}$

Pour obtenir le résultat demandé il faut écrire:

$$\underline{P} = \frac{\underline{u}\times\underline{i}^*}{2} = \underline{u} = \frac{uae^{j(\omega t+\varphi)}\times iae^{-j\omega t}}{2} = \frac{ua\times ia}{2}e^{j\varphi} = \frac{ua\times ia}{2}\cos\varphi + j\frac{ua\times ia}{2}\sin\varphi$$

$\underline{P} = P + jQ$

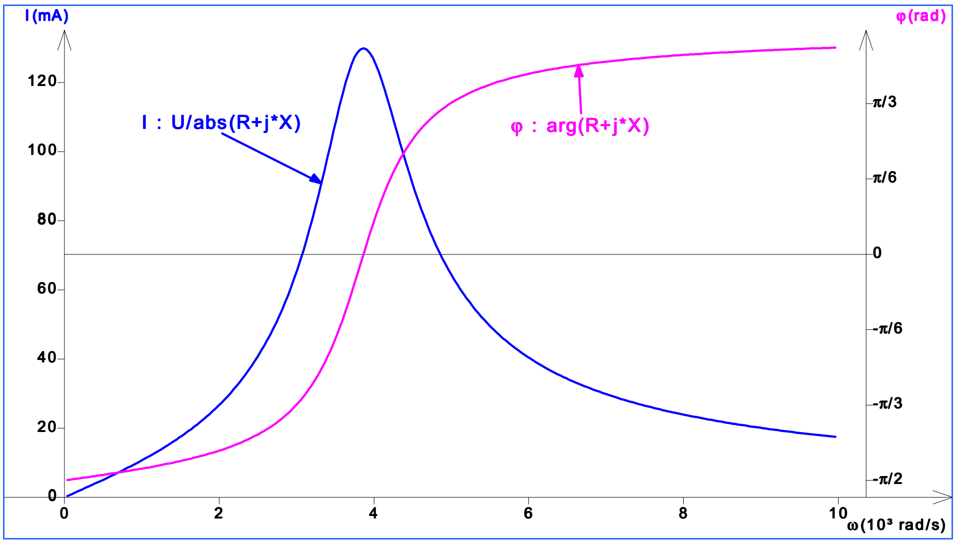
La puissance moyenne s'exprime en Watt et la puissance réactive en Volt Ampères
Pour ω<ω0 Q est négative et positive au delà cf diagramme de Fresnel.
Intensité efficace

$$<Pj>= \frac{1}{T}\int_0^T Ri^2dt = \frac{R\times ia^2}{T}\int_0^T \cos^2\omega t dt = \frac{R\times ia^2}{T}\int_0^T \frac{(1+\cos 2\omega t)}{2}dt = \frac{R\times ia^2}{2}$$

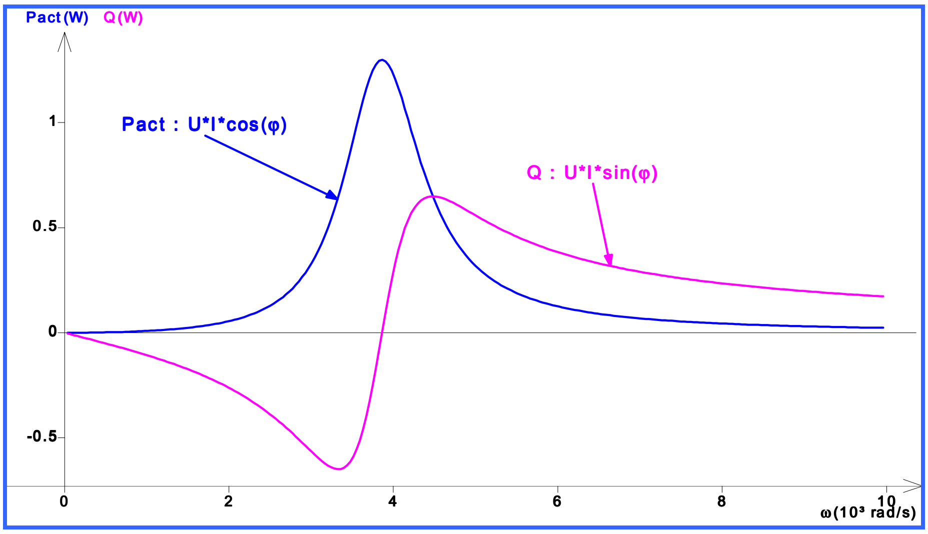
L'intensité efficace serait celle du courant continu qui donnerait la même puissance.

$I_{eff} = \sqrt{<i^2>} = \frac{ia}{\sqrt{2}}$ on utilisera la même définition pour la tension efficace.

1.7 Courbes I et φ



Courbes P et Q



2 Relèvement d'un facteur de Puissance

Un moteur de puissance P= 10 kW est alimenté sous une tension de 220 Volts efficaces et de fréquence 50 Hz Il peut être représenté par une impédance à caractère inductif: $\underline{Z}(\omega)=R(\omega) + j\,X(\omega)$. Le facteur de puissance est cos φ= 0.7. La mise en parallèle su le moteur d'une capacité permet de ramener le cos φ de l'ensemble à 1

2.1 Calculer les intensités efficaces I et I' traversant le circuit d'alimentation avant et après le relèvement du facteur de puissance du moteur

$$P = U_{eff} \times I_{eff} \cos\varphi \qquad I = \frac{P}{U\cos\varphi}$$

P=10000_W => P=10 kW
U=220_V => U=220 V
ϕ=Acos(0.7)_rad => ϕ=795.4 mrad
I=P/(U*cos(ϕ)) => I=64.94 A
I2=P/U => I2=45.45 A

Pour une même Puissance consommée il vaut mieux pour diminuer les pertes en ligne augmenter le cosφ

$$\underline{Z} = R + jX \qquad \cos\varphi = \frac{R}{|Z|} \qquad \text{admittance } \underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = G + jB = |Y|(\cos\varphi - j\sin\varphi)$$

$$\cos\varphi = \frac{G}{|Y|}$$

Calculons l'admittance équivalente

$$Y = \frac{1}{R + jX} + jC\omega = \frac{R - jX}{|Z|^2} + jC\omega = \frac{R}{|Z|^2} + j\left(C\omega - \frac{X}{|Z|^2}\right)$$

$$C = \frac{X}{\omega|Z|^2} \Rightarrow \sin\phi = 0 \Rightarrow \cos\phi = 1$$

Initialement $\frac{X}{|Z|} = \sin\varphi \Rightarrow C = \frac{\sin\varphi}{\omega|Z|} = \frac{\sin\varphi \times I}{\omega U} = \frac{\sin\varphi \times P}{\omega U^2 \cos\varphi} = \frac{P\tan\varphi}{\omega U^2}$=670µF

2.5 Démontration évidente
En série $P = \underline{U}_{total}\underline{I} = \sum \underline{U}_k \underline{I}$
En parallèle: $P = \underline{U} \times \underline{I}^*_{total} \quad = \sum \underline{U} \times \underline{I}^*_k$
2.6 Pour le condensateur Q=-CωU^2
Pour le moteur Q=U I sin φ avec P=UI cos φ
soit Q= P tanφ

pour l'association Qt=P tanφ - CωU^2

C=Ptanφ/(ωU^2)